BEIBLÄTTER ZUR VORLESUNG PHYSIK 2

für Mechatroniker, Maschinenbauer,
Elektrotechniker und Informatiker

PROF. DR. M. STERNBERG
PROF. DR. E. MÜLLER

8. Juni 2004

Ohne Veränderungen zugelassen zur Klausur GPH2

Inhaltsverzeichnis

8 Fehlerrechnung

8.1 Statistische Abweichungen

Abschätzung des Mittelwerts durch arithmetisches Mittel:

$$\bar{x} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

N ist die Anzahl der Messwerte.
Abschätzung Standardabweichung der Messung:

$$s \approx \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$$

Standardabweichung des Mittelwerts:

$$m = \frac{s}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$$

Wahrer Wert mit Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ im Intervall:

$$[\bar{x} - \tau \cdot m, \, \bar{x} + \tau \cdot m]$$

Vollständiges Messergebnis:

$$x_v = \bar{x}_k \pm u$$

$$\bar{x}_k = \bar{x} + k$$

$$u = \tau \cdot m + u_s$$

8.2 Fehlerfortpflanzung

Gauß'sches Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$m^2 = \left(\frac{\partial G}{\partial G_1}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial G_2}\right)^2 m_2^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial G_3}\right)^2 m_3^2 + \ldots$$

abgeschätzt:

$$m \leq \left|\frac{\partial G}{\partial G_1}\right| m_1 + \left|\frac{\partial G}{\partial G_2}\right| m_2 + \left|\frac{\partial G}{\partial G_3}\right| m_3 + \ldots$$

$\dfrac{\partial G}{\partial G_i}$ ist die partielle Ableitung von G nach G_i an der Stelle $\overline{G}_i$.

9 Wellen

9.1 Eindimensionale Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{1}{v_{ph}^2}\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0$$

9.2 Transversal- und Longitudinalwelle

Transversalwelle: Auslenkungung erfolgt senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.
Longitudinalwelle: Auslenkungung erfolgt parallel zur Ausbreitungsrichtung.

9.3 Mehrdimensionale Wellen

Dreidimensionale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{ph}^2}\frac{\partial^2 g}{\partial t^2} = 0$$

Phasenflächen sind Orte gleicher Phase bzw. Orte des gleichen physikalischen Zustands.

Bei ebenen Wellen sind die Phasenflächen Ebenen, die Lösung der Wellengleichung lautet:

$$g = g_0 \sin(\vec{k}\vec{x} - \vec{\omega}t)$$

$\vec{k} = \begin{pmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{pmatrix}$ ist der Wellenvektor mit $v_{ph}^2 = \frac{\omega^2}{k_x^2+k_y^2+k_z^2}$.

Bei Kugelwellen sind die Phasenflächen Kugelflächen, die Lösung der Wellengleichung lautet:

$$g = \frac{g_0}{r}\sin(\vec{k}\vec{r} - \vec{\omega}t)$$

$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$ ist der Abstand zum Ursprung
und $\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix}$ ist der Ursprung der Kugelwelle.

9.4 Dopplereffekt

Bewegte Quelle (mediengebundene Wellen):

$$f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_q}{v_{ph}}}$$

v_q ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Quelle relativ zum Medium bewegt.
$-$: Quelle bewegt sich auf Beobachter zu.
$+$: Quelle bewegt sich von Beobachter weg.

Bewegter Beobachter (mediengebundene Wellen):

$$f' = f\left(1 \pm \frac{v_b}{v_{ph}}\right)$$

v_b ist die Geschwindigkeit, mit der sich der Beobachter relativ zum Medium bewegt.
$+$: Beobachter bewegt sich auf Quelle zu.
$-$: Beobachter bewegt sich von Quelle weg.

Bewegte Quelle und bewegter Beobachter (mediengebundene Wellen):

$$f' = f\frac{v_{ph} \pm v_b}{v_{ph} \mp v_q}$$

$+$: Beobachter bewegt sich auf Quelle zu.
$-$: Beobachter bewegt sich von Quelle weg.
$-$: Quelle bewegt sich auf Beobachter zu.
$+$: Quelle bewegt sich von Beobachter weg.

Doppler-Effekt für elektromagnetische Wellen:

$$f' = f\sqrt{\frac{c_0 \pm v_r}{c_0 \mp v_r}}$$

v_r ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Quelle und Beobachter.
c_0 ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum.

9.5 Beugung und Interferenz

Huyghens'-Fresnel'sches Prinzip:
Jeder Punkt einer Wellenfläche sendet Wellen in den Raum hinaus, sogenannte Elementarwellen. Die Überlagerung dieser Elementarwellen ergibt die tatsächlich beobachtete Welle.

Beugung:
Welle läuft hinter einem Hindernis auch in den geometrischen Schattenraum hinein.

Interferenz:
Wellen überlagern sich so, dass die Auslenkungen addiert werden. Es ergeben sich Abweichungen von der Addition der Intensitäten.

Doppelspalt:
maximale Intensität bei:

$$\sin\vartheta_{max} = n\frac{\lambda}{d} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

λ ist die Wellenlänge und d ist der Spaltabstand.

minimale Intensität bei:

$$\sin\vartheta_{min} = (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{d}$$

Beim Gitter bleiben die Bedingungen für ϑ_{max} gleich, aber die Maxima werden schärfer.

Einzelspalt:

$$x = \frac{\pi s}{\lambda} \sin \vartheta \qquad A(x) = A_0 \frac{\sin x}{x} \qquad I(x) = I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2}$$

s ist die Spaltbreite und $\frac{\sin^2 x}{x^2}$ bezeichnet man als Spaltfunktion.

Beobachtetes Interferenzmuster an Mehrfachspalten oder Gittern ist Überlagerung (Produkt) von Intensität durch Mehrfachspalt- bzw. Gitternetzinterferenz und Interferenz am Einzelspalt. Bedingung für Interferenz ist Kohärenz der beteiligten Wellen, d.h. feste Phasenbeziehung, bei harmonischen Wellen gleiche Frequenz und Schwingungsrichtung.

10 Optik

10.1 Reflexion und Brechung

Brechzahl:

$$n_i = \frac{c_0}{c_i}$$

c_0 ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit und c_i ist die Lichtgeschwindigkeit im Medium i.
Reflexionsgesetz:

$$\alpha = \alpha'$$

Snellius'sches Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

Totalreflexion:

$$\text{Wenn } \alpha > \alpha_{grenz} \text{ ist, mit } \sin \alpha_{grenz} = \frac{n_2}{n_1}.$$

10.2 Geometrische Optik

Bedingung für Abbildung:

$$\delta \sim r$$

δ ist der Ablenkwinkel und r ist der Abstand von der optischen Achse.
Linsenformel:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

g ist die Gegenstandsweite, b ist die Bildweite und f ist die Brennweite.
Vergrößerung:

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{f}{g-f} = \frac{1}{\frac{g}{f} - 1}$$

Virtuelle Bilder entstehen für $g < f$ bei Sammellinsen oder für beliebige g bei Zerstreuungslinsen.

10.3 Dispersion

Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Frequenz.

10.4 Polarisation

Bei linear polarisierten Wellen hat die Auslenkung nur genau eine Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Ein idealer Polarisationsfilter für linear polarisierte Wellen macht aus einer Anfangsintensität $I_{0,u}$ von unpolarisierten Wellen linear polarisierte Wellen der Intensität $I_{\frac{0,u}{2}}$. Beträgt der Winkel zwischen der Polarisationsrichtung einer linear polarisierten Welle der Intensität $I_{0,p}$ und der Durchlassrichtung eines Polarisationsfilters θ, so ist die Intensität hinter dem Polarisationsfilter $I = I_{0,p} \cos^2 \theta$.

10.5 Holographie

Dreidimensionales Abbildungsverfahren durch Speicherung von Amplitude und Phase der Objektwelle mittels Interferenz.

10.6 Wellenpakete

Wellenpakete sind endlich ausgedehnte Wellenzüge, entstanden durch Überlagerung unendlich vieler, beliebig dichter beieinander liegender harmonischer ebener Wellen.

Ausbreitung des Wellenpakets mit Gruppengeschwindigkeit:

$$v_{gr} = \left.\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}k}\right|_{k_0} = v_{ph}(\lambda_0) - \lambda_0 \left.\frac{\mathrm{d}v_{ph}}{\mathrm{d}\lambda}\right|_{\lambda_0}$$

k_0 ist der Wellenvektor der harmonischen Welle und λ_0 ist die Wellenlänge der Trägerwelle.

Die Gruppengeschwindigkeit ist nur dann von der Phasengeschwindigkeit verschieden, wenn Dispersion vorliegt. Die Gruppengeschwindigkeit ist gleich der Signalgeschwindigkeit.

Für alle Wellenpakete gilt:

$$\Delta x \Delta k = \text{const}$$

Δx: Halbwertsbreite der Ortsverteilung, Δk: Halbwertsbreite der Wellenzahlverteilung

11 Akustik

Schallwellen sind Longitudinalwellen.

11.1 Schallausbreitung

Schallgeschwindigkeit in Gasen und Flüssigkeiten:

$$v_{ph} = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad K = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}$$

K: Kompressionsmodul, ρ: Dichte, p: Druck, V: Volumen, $\frac{\Delta V}{V}$: relative Volumenänderung

Schallgeschwindigkeit in der Luft:

$$v_{ph,Luft} = (331,3 + 0,6 \cdot t\frac{1}{^\circ\mathrm{C}})\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

t ist die Temperatur in $^\circ$C.
Schallgeschwindigkeit für Festkörper:

$$v_{ph} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}}$$

E: Elastizitätsmodul, ρ: Massendichte, F: Kraft, A: Fläche, Δl: Längenänderung, l: Länge

11.2 Schallstärke, Schallpegel und Lautstärke

Schallstärke bzw. Schallintensität:

$$I = \frac{\mathrm{d}^2 E}{\mathrm{d}t \cdot \mathrm{d}A} = \frac{1}{2}\frac{\Delta p^2}{\rho v_{ph}}$$

E: Energie, t: Zeit, dA: Fläche, Δp: Druckschwankung
Hörschwelle des menschlichen Ohres:

$$I_0 = 10^{-12}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Schallintensitätspegel:

$$L_I = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Die Einheit von L_I ist Dezibel: $[L_I] = \mathrm{dB}$.
Schalldruckpegel:

$$L_p = 20\log\left(\frac{p_{eff}}{p_{eff,0}}\right)$$

Die Einheit von L_P ist Dezibel: $[L_P] = \mathrm{dB}$. p_{eff} ist der Effektivwert der Druckschwankung.
Effektivwert für harmonische Druckschwankungen:

$$p_{eff} = \frac{\Delta p}{\sqrt{2}}$$

Hörschwelle:

$$p_{eff,0} = 2 \cdot 10^{-5}\mathrm{Pa}$$

Lautstärke:

Die Einheit der Lautstärke ist phon (Phon).

Die Lautstärke ist gleich dem Schalldruck eines gleichlaut empfundenen 1 kHz Tons. Die Hörschwelle liegt bei 4 phon, die Schmerzgrenze bei 120 phon. Lautstärkeunterschiede von 1 phon sind noch wahrnehmbar.

Bewerteter Schallpegel:

$$L_X = 10\lg\left(\sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{L_{p,i}+\Delta i}{10\mathrm{dB}}}\right)\mathrm{dB}(X)$$

n ist die Anzahl der Frequenzintervalle. Δi ist der Bewertungsfaktor der Reihen A und C.
Reihe A: Lautstärke < 90 phon. Reihe C: Lautstärke > 100 phon.

12 Wärmeleitung

Wärmestromdichte:

$$q = \frac{\mathrm{d}^2Q}{\mathrm{d}A \cdot \mathrm{d}t}$$

Q: Wärme, A: Fläche, t: Zeit, $[q] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^2s}}$
Fourier'sches Gesetz:

$$q = -\lambda\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}$$

λ: Wärmeleitfähigkeit, $[\lambda] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{mK}}$, $T(z)$: Temperatur in Abhängigkeit von der Koordinate z.
Wärmestrom:

$$\phi = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Wärmestrom bei konstanter Wäremstromdichte:

$$\phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$$

Wegen seiner formalen Ähnlichkeit mit dem Ohm'schen Gesetz der Elektrotechnik heißt dieser Zusammenhang das Ohm'sche Gesetz der Wärmeleitung.

Thermischer Widerstand:

$$R_{th} = \frac{l}{\lambda A}$$

l: Länge, A: Querschnittsfläche

13 Strömung

13.1 Strömung idealer Fluide

Kontinuitätsgleichung der idealen Strömung:

$$A_1 v_1 \rho_1 = A_2 v_2 \rho_2$$

A_1, A_2: Querschnittsflächen, v_1, v_2: Strömungsgeschwindigkeiten, ρ_1, ρ_2: Dichten
Für Flüssigkeiten gilt:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Bernoulli-Gleichung:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = p_{ges} = \text{konst}$$

p_{ges}: Gesamtdruck, p: statischer Druck, $\frac{1}{2}\rho v^2$: dynamischer Druck, $\rho g y$: Schweredruck

13.2 Strömung realer Fluide

Kraft auf ein umströmtes Hindernis:

$$F_w = c_w A \Delta p = \frac{1}{2} c_w A \rho v^2$$

F_w: Reibungskraft, c_w: Widerstandsbeiwert, A: Querschnittsfläche
Δp: Differenz zwischen Staudruck und Normaldruck
ρ: Dichte, v: Strömungsgeschwindigkeit

14 Atom- und Festkörperphysik

14.1 Dualismus Welle - Korpuskel

Kinetische Energie der Elektronen beim Photoeffekt:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = eU_0 = hf - W_A$$

m: Elektronenmasse, v_{max}: max. Elektronengeschwindigkeit, U_0: max. Bremsspannung
$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$Js ist das Plank'sches Wirkungsquantum.
f: Frequenz des Lichts, W_A: Austrittsarbeit des Metalls

De Broglie - Gleichungen:

$$E = hf \qquad p = \frac{h}{\lambda}$$

Alle Teilchen und Wellen haben sowohl Teilchen-, als auch Welleneigenschaften.

14.2 Aufbau des Atoms

Bedingung für stehende Elektronenwelle führt zur Quantisierung des Drehimpulses:

$$L = n\hbar \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Erstes Bohr'sches Postulat:
Das Elektron umkreist den Atomkern auf Bahnen so, dass der Drehimpuls ein Vielfaches des elementaren Drehimpulses $\hbar$ ist. Auf diesen Bahnen verlieren die Elektronen keine Energie.
Zweites Bohr'sches Postulat:
Beim Übergang eines Elektrons von einer stationären Bahn zu einer anderen wird Strahlung der Frequenz f emittiert oder absorbiert. $\Delta E = hf$ ist die Energiedifferenz zwischen zwei Bahnen.
Insgesamt existieren vier Quantenzahlen:

Hauptquantenzahl n	n	$=$	$1, 2, 3, \ldots$
Nebenquantenzahl l	l	$=$	$0, 1, 2, \ldots, n-1$
Magnetische Quantenzahl m	m	$=$	$-l, -l+1, \ldots, 0, \ldots, l-1, l$
Spinquantenzahl s	s	$=$	$\pm\frac{1}{2}$

Besetzung des Grundzustands nach Regeln:

Pauli-Prinzip:

In einem Atom stimmen keine zwei Elektronen in allen vier Quantenzahlen überein.

Energieregel:

Die Besetzung erfolgt in der Reihenfolge zunehmender Energie.

Hundsche Regel:

Wenn freie Zustände zur Wahl stehen, richten sich die Spins parallel aus.

Aus diesen Regeln ergibt sich der Aufbau des Periodensystems der Elemente.

14.3 Aufbau des Atomkerns

Kernradius nach Tröpfchenmodell:

$$r_N \approx r_{N0} \sqrt[3]{A}$$

$r_{N0} \approx 1,2 \cdot 10^{-15}$m ist der Nukleonenradius.

14.4 Radioaktivität

Zerfallsgesetz:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{\frac{1}{2}}} t}$$

λ: Zerfallskonstante, $T_{\frac{1}{2}}$:Halbwertszeit

Ionendosis:

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\rho \mathrm{d}V}$$

Energiedosis:

$$D = \frac{\mathrm{d}E}{\rho dV}$$

Äquivalentdosis:

$$H = qD$$

$[H] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}} = \mathrm{Sv}$ (Sievert)