09.02.05
Aufgabe 1

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & a \end{vmatrix} \qquad \underline{B} = \begin{vmatrix} 3 & -2 & b \\ -4 & 1 & c \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Bestimmung der Werte a, b, c so, daß B die inverse Matrix zu A wird.

Es muß gelten $$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{E} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$ weil $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{E}$ $\downarrow$ $\underline{A}^{-1} = \underline{B}$

$$\begin{array}{ccc|ccc} & & & 3 & -2 & b \\ & & & -4 & 1 & c \\ & A \cdot B & & 2 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & b+2c+3 \\ 2 & 5 & 7 & 9 & 1 & 2b+5c+7 \\ -2 & -4 & a & -10+2a & 0 & -2b-4c+a \end{array}$$

$$-10 + 2a = 0$$
$$2a = +10$$
$$\underline{\underline{a = +5}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & b + 2c + 3 = 0 \\ \text{II} & 2b + 5c + 7 = 0 \\ \text{III} & -2b - 4c - 5 = 1 \end{array}$$

I und III sind identisch

$$\begin{array}{rl} \text{II} & 2b + 5c + 7 = 0 \\ +\text{III} & -2b - 4c - 5 = 1 \\ \hline & c + 2 = 1 \end{array}$$
$$\underline{\underline{c = -1}}$$

$$2b - 5 = -7$$
$$2b = -2$$
$$\underline{\underline{b = -1}}$$

2/ 09.02.05
A2

x_1	x_2	x_3	b_i
1	$-1-k$	1	0
2	-4	$3-k$	0
$4-k$	-6	3	0

a) gesucht Werte für k bei denen die Determinante 0 wird

b) Lösungen für die k-Werte

a)

$$\begin{array}{ccc|cc} 1 & -1-k & 1 & 1 & -1-k \\ 2 & -4 & 3-k & 2 & -4 \\ 4-k & -6 & 3 & 4-k & -6 \end{array}$$

$$-4\cdot 3 + (-1-k)(3-k)(4-k) + (2\cdot -6) - (-4)(4-k) - (-6)(3-k) - 6\cdot(1-k)$$

! Matrix in den Rechner tippen und det(Matrix) anwenden !

$$-(k^3 - 6k^2 + 9k - 4) \overset{!}{=} 0$$

$$-k^3 + 6k^2 - 9k + 4 = 0 \quad \curvearrowright \quad k^3 - 6k^2 + 9k - 4 = 0$$

Nullstellen finden:

! Rechner $\boxed{F3}$ $\boxed{Alg}$ $\Rightarrow$ Solve $(x^3 - 6k^2 + 9k - 4; x)$ $\Rightarrow$ $k_1 = 1,\ k_2 = 4$

bzw. Raten $\underline{\underline{x_1 = 1}}$

	1	-6	9	-4
	–	1	-5	4
$x=1$	1	-5	4	0

$\Rightarrow$ $x^2 - 5x + 4 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}}$$

$$x_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{5}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$\underline{\underline{x_2 = \frac{8}{2} = 4}}$$

$$\underline{\underline{x_3 = \frac{2}{2} = 1}}$$

$x_3 = x_1 \Rightarrow$ Doppelte Nullstelle

b) Fall 1: $k = 1$

$$x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$$
$$2x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 0$$
$$3x_1 - 6x_2 + 3x_3 = 0$$

Das System besteht nur aus 1. Gl.

$\Rightarrow$ $x_2 = \lambda_1$
$x_3 = \lambda_2$

$$x_1 = 2\lambda_1 - \lambda_2$$
$$x_2 = \lambda_1$$
$$x_3 = \lambda_2$$

bzw $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\lambda_1 - \lambda_2 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix}$

alternative Lösung

x_1	x_2	x_3	b_i	
1	-2	1	0	
2	-4	2	0	$z_2 - 2z_1$
3	-6	3	0	$z_3 - 3z_1$
1	-2	1	0	
0	0	0	0	$rg\, \underline{A} = 1$, 2 freie Variablen
0	0	0	0	

$\lambda_1 = x_2$
$\lambda_2 = x_3$
Lösung wie oben

Fall 2: $k = 4$

$$x_1 - 5x_2 + x_3 = 0$$
$$2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0$$
$$0 \quad -6x_2 \quad 3x_3 = 0$$

x_1	x_2	x_3	b_i	
1	-5	1	0	
2	-4	-1	0	$\mid z_2 - 2z_1$
0	-6	3	0	
1	-5	1	0	
0	6	-3	0	
0	-6	3	0	$z_3 + z_2$
1	-5	1	0	
0	6	-3	0	$z_2 \cdot \frac{1}{6}$
~~0~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	

4

x_1	x_2	x_3	b_i
1	-5	1	0
0	1	$-\frac{1}{2}$	0
1	0	$-\frac{3}{2}$	0
0	1	$-\frac{1}{2}$	0

$\Rightarrow rg\,\underline{A} = 2$

$z_1 + 5z_2$

$$\Rightarrow \quad x_1 = \frac{3}{2}\lambda_1 \qquad x_2 = \frac{1}{2}\lambda_1 \qquad x_3 = \lambda_1 \qquad \text{bzw} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2}\lambda_1 \\ \frac{1}{2}\lambda_1 \\ \lambda_1 \end{pmatrix}$$

28.09.04
A3

geg.:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 4x_4 &= -5 \\ -6x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 9 \\ -4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 6x_4 &= 2 \\ -16x_1 - 8x_2 + 8x_3 + tx_4 &= s \end{aligned}$$

a) Rangbestimmung in Abhängigkeit von t und s

x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	
2	5	-1	4	-5	
-6	1	3	2	9	$z_2 + 3z_1$
-4	6	3	6	2	$z_3 + 2z_1$
-16	-8	8	t	s	$z_4 + 8z_1$
2	5	-1	4	-5	
0	16	0	14	-6	
0	16	1	14	-8	$z_3 - z_2$
0	32	0	$t+32$	$s-40$	$z_4 - 2z_3$
2	5	-1	4	-5	$z_1 : 2$
0	16	0	14	-6	$z_2 : 16$
0	0	1	0	-2	
0	0	0	$t+4$	$s-28$	
1	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2	$-\frac{5}{2}$	
0	1	0	$\frac{7}{8}$	$-\frac{3}{8}$	
0	0	1	0	-2	
0	0	0	$t+4$	$s-28$	

$rg(\underline{A};\vec{b}) = 3$ für $t \neq -4$ und $s \neq 28$

$rg(\underline{A};\vec{b}) = 4$ für alle anderen Werte

b) Lösbarkeit

nicht Lösbar für $t = -4$ und $s \neq 28$ da $rg(\underline{A}) = 3$ $rg(\underline{A}; \vec{b}) = 4$

eindeutig Lösbar für $t \neq -4$, s beliebig

Lösbar für $t \neq -4 \vee s = 28$

c)

x_1	x_3	x_2	x_4	b_i	
1	$\frac{5}{2}$	-1	$\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$z_1 + z_3$
0	1	0	3	1	
0	0	1	0	-2	
0	0	0	0	0	
1	$\frac{5}{2}$	0	$\frac{3}{2}$	$-\frac{9}{2}$	$z_1 - \frac{5}{2} z_2$
0	1	0	3	1	
0	0	1	0	-2	
1	0	0	-6	-7	
0	1	0	3	1	
0	0	1	0	-2	
0	0	0	0	0	
frei			gebunden		

$x_1 = -7 + 6s$

$x_3 = 1 - 3s$

$x_2 = -2$

$x_4 = s$

bzw. $\vec{x} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

6 11.02.04

A2

a) Rangbest. in Abhängigkeit von t

$$
\begin{array}{cccc|cl}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b_i & \\
\hline
1 & 1 & -1 & 4 & 2 & \\
1 & 2 & -6 & 7 & 1 & -z_1 \\
1 & 0 & 2 & 1 & 3 & -z_1 \\
-1 & 1 & -6 & t & t-6 & +z_1 \\
\hline
1 & 1 & -1 & 4 & 2 & \\
0 & 1 & -5 & 3 & -1 & \\
0 & -1 & 3 & -3 & 1 & z_3+z_2 \\
0 & 2 & -7 & t+4 & t-4 & -2z_2 \\
\hline
1 & 1 & -1 & 4 & 2 & \\
0 & 1 & -5 & 3 & -1 & \\
0 & 0 & -2 & 0 & 0 & :-2 \\
0 & 0 & 3 & t-2 & t-2 & \\
\hline
1 & 1 & -1 & 4 & 2 & z_1+z_3 \\
0 & 1 & -5 & 3 & -1 & z_2+5z_3 \\
0 & 0 & +1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 3 & t-2 & t-2 & -3z_3 \\
\hline
1 & 1 & 0 & 4 & 2 & \\
0 & 1 & 0 & 3 & -1 & \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & t-2 & t-2 & |:t-2 \quad t\neq 2 \\
\hline
\end{array}
$$

(*)

Fall 1: $t=2 \Rightarrow$ $rg(A;\vec{b})=3$ (unendlich viele Lösungen)

Fall 2: $t\neq 2 \Rightarrow$ $rg(A)=rg(A,\vec{b})=4$

b) $t\neq 2$

$$
\begin{array}{cccc|cl}
x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b_i & \\
1 & 1 & 0 & 4 & 2 & z_1-4z_4 \\
0 & 1 & 0 & 3 & -1 & z_2-3z_4 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
\hline
1 & 1 & 0 & 0 & -2 & z_1-z_2 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -4 & \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
\hline
1 & 0 & 0 & 0 & 2 & \\
0 & 1 & 0 & 0 & -4 & \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & \\
\end{array}
$$

$\Rightarrow$ $x_1=2$, $x_2=-4$, $x_3=0$, $x_4=1$ bzw. $\vec{x}=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\-4\\0\\1\end{pmatrix}$

für $t=2$:

(*)

x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	
1	1	0	4	2	
0	1	0	3	-1	
0	0	1	0	0	
0	0	0	$t-2$	$t-2$	$t=2$
1	1	0	4	2	z_1-z_2
0	1	0	3	-1	
0	0	1	0	0	
0	0	0	0	0	
1	0	0	1	2	
0	1	0	3	-1	
0	0	1	0	0	

$x_1 = 2 - s$
$x_2 = -1 - 3s$
$x_3 = 0$
$x_4 = s$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$ Lösungsgerade

---

23.09.03
A 1

x_1	x_2	x_3	b_i	
1	1	k	2	
3	4	2	k	z_2-3z_1
2	3	-1	1	z_3-2z_1
2	2	6	$2k-2$	z_4-2z_1
1	1	k	2	
0	1	$2-3k$	$k-6$	
0	1	$-2k-1$	-3	z_3-z_2
0	0	$6-2k$	$2k-6$	
1	1	k	2	
0	1	$2-3k$	$k-6$	
0	0	$k-3$	$3-k$	
0	0	$6-2k$	$2k-6$	z_4+2z_3 z_1-z_2

(*)

1	1	k	2	
0	1	$2-3k$	$k-6$	
0	0	$k-3$	$3-k = -(k-3)$	z_3: $k-3 \neq 0$
0	0	0	0	
1	0	$4k-2$	$8-k$	$z_1-(k4-2)z_3$
0	1	$2-3k$	$k-6$	$z_2-(2-3k)z_3$
0	0	1	-1	
1	0	0	$3k+6$	
0	1	0	$-2k-4$	
0	0	1	-1	

$\Rightarrow$ $rg(\underline{A}, \vec{b_i}) = 3$ für $k \neq 3$
$\rightarrow$ eindeutig lösbar

$\Downarrow$ $rg(\underline{A}, \vec{b_i}) = 2$ für $k=3$
$\rightarrow$ unendlich viele Lösungen

$x_1 = 3k+6$
$x_2 = -2k-4$
$x_3 = -1$

bzw $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3k+6 \\ -2k-4 \\ -1 \end{pmatrix}$ Für $k \neq 3$

Für $k=3$:

x_1	x_2	x_3	b_i	
1	1	k	2	
0	1	$2-3k$	$k-6$	$k=3$
0	0	$k-3$	$3-k$	
1	1	3	2	z_1-z_2
0	1	-7	-3	
0	0	0	0	
1	0	10	5	
0	1	-7	3	

frei, abhängig

$x_3=\lambda$

$\Rightarrow rg(\underline{A};\vec{b})=2$ für $k=3$

$\rightarrow$ unendlich viele Lösungen

$x_1 = 5-10\lambda$

$x_2 = 1+7\lambda$

$x_3 = \lambda$

bzw $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$

12.02.03

A 2

x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	
1	4	2	3	$a+1$	
1	5	2	4	$b+1$	z_2-z_1
2	7	4	5	$b+2$	z_3-2z_1
1	4	2	3	$a+1$	z_1-4z_2
0	1	0	1	$b-a$	
0	-1	0	-1	$b+2$	z_3+z_2
1	0	2	-1	$5a-4b+1$	
0	1	0	1	$b-a$	
0	0	0	0	$2b-3a$	
1	0	2	-1	$5a-6a+1$	
0	1	0	1	$\frac{3}{2}a-\frac{2}{2}a$	
0	0	0	0	0	
1	0	2	-1	$1-a$	
0	1	0	1	$\frac{1}{2}a$	

gebunden, frei

$\Rightarrow$ Lösbar wenn gilt

$rg(\underline{A}) = rg(\underline{A};\vec{b})$

$\Rightarrow 2b-3a \overset{!}{=} 0$

$2b = 3a$

$b = \frac{3}{2}a$

$x_1 = 1-a-2\lambda_1+\lambda_2$

$x_2 = \frac{1}{2}a - \lambda_2$

$x_3 = \lambda_1$

$x_4 = \lambda_2$

bzw. $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a \\ \frac{1}{2}a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_1 \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

24.09.02 | Determinante
A 2 | Inverse Matrix

geg.:
$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & k & 2k \\ 0 & 0 & 0 & k(k-3) \end{vmatrix}$$

a) ges.: wann die inverse Matrix nicht existiert:

Die inverse Matrix existiert nicht, wenn die Determinante von A 0 ergibt

$\Rightarrow$ ges: $\det A = ?$

entwickeln nach der ersten Spalte

$$\det A = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & k & 2k \\ 0 & 0 & k(k-3) \end{vmatrix} = k \cdot k(k-3) = k^2(k-3)$$

$$k_{1/2} = 0$$
$$k_3 = 3$$

keine Inverse für $k=0$ oder $k=3$

b) Bildung der Inversen

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k & 2k & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k(k-3) & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} z_3 \cdot \frac{1}{k} \\ z_4 \cdot \frac{1}{k(k-3)} \\ z_1 - 2z_2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k(k-3)} \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & -5 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & \frac{1}{k} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k(k-3)} \end{array}\right) \quad \begin{array}{l} z_1 + 5z_4 \\ z_3 - 2z_4 \text{ dann } z_2 - 3z_3 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{k} & \frac{5}{k(k-3)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{3}{k} & \frac{6}{k(k-3)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k} & -\frac{2}{k(k-3)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k(k-3)} \end{array}\right)$$

10 18.09.01 A 2

a) Lösung des Gls für $a \neq 0$

	x_1	x_2	x_3	x_4	b_i	
I	1	2	2	-1	$-5a+15$	
	2	5	5	-1	$-11a+27$	$z_2 - 2z_1$
	-2	3	2	8	$5a-44$	$z_3 + 2z_1$
	-1	5	-3	$2a$	$4a^2+20$	$z_4 + z_1$
II	1	2	2	-1	$-5a+15$	$z_1 - 2z_2$
	0	1	1	1	$-a-3$	
	0	7	6	6	$-9a-14$	$z_3 - 7z_2$
	0	7	-1	$2a-1$	$4a^2-9a+35$	$z_4 - 7z_2$
III	1	0	0	3	$21-3a$	
	0	1	1	1	$-a-3$	
	0	0	-1	-1	$2a+7$	$z_3 \cdot (-1)$
	0	0	-8	$2a-8$	$4a^2+2a+56$	
IV	1	0	0	3	$21-3a$	
	0	1	1	1	$-a-3$	$z_2 - z_3$
	0	0	1	1	$-2a-7$	
	0	0	-8	$2a-8$	$4a^2+2a+56$	$z_4 + 8z_3$
V	1	0	0	-3	$21-3a$	
	0	1	0	0	$a+4$	
	0	0	1	1	$-2a-7$	
	0	0	0	$2a$	$4a^2-14a$	$z_4 \cdot \frac{1}{2a}$ $a \neq 0$
VI	1	0	0	-3	$21-3a$	$z_1 + 3z_4$
	0	1	0	0	$a+4$	
	0	0	1	1	$-2a-7$	$z_3 - z_4$
	0	0	0	1	$2a-7$	
VII	1	0	0	0	$3a$	
	0	1	0	0	$a+4$	
	0	0	1	0	$-4a$	
	0	0	0	1	$2a-7$	

$x_1 = 3a$
$x_2 = a+4$
$x_3 = -4a$
$x_4 = 2a-7$

oder $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a \\ a+4 \\ -4a \\ 2a-7 \end{pmatrix}$

b) $a = 0$

aus Tableau V folgt

1	0	0	-3	21
0	1	0	0	+4
0	0	1	1	-7
0	0	0	0	0

$\underbrace{x_1 \; x_2 \; x_3}_{\text{gebunden}} \; \underbrace{x_4}_{\text{frei}}$

$\Rightarrow rg(A) = 3 \quad n = 4 \Rightarrow$ Lösbar

$x_1 = 21 - 3a + 3t$
$x_2 = +4$
$x_3 = -7 - t$
$x_4 = t$

bzw $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 4 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

A2 13.03.01 Rang und Lösbarkeit

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\vec{b}_i$	
I	1	-2	3	5	-4	-3	
	2	-4	6	5	2	-1	$z_2 - 2z_1$
	2	-5	7	7	3	1	$z_3 - 2z_1$
	-1	1	-2	-3	5	2	$z_4 + z_1$
II	1	-2	3	5	-4	-3	
	0	0	0	-5	10	5	vertausche 2 und 4 dann $z_2 \cdot (-1)$
	0	-1	1	-3	11	7	
	0	-1	1	2	1	-1	
III	1	-2	3	5	-4	-3	$z_1 + 2z_2$
	0	1	-1	-2	-1	1	
	0	-1	1	-3	11	7	$z_3 + z_2$
	0	0	0	-5	10	5	$z_4 \cdot \frac{1}{-5}$
IV	1	0	1	1	-6	-1	
	0	1	-1	-2	-1	1	
	0	0	0	-5	10	8	$z_3 + 5z_4$, dann z_3 und z_4 vertauschen
	0	0	0	1	-2	-1	
V	1	0	1	1	-6	-1	
	0	1	-1	-2	-1	1	
	0	0	0	1	-2	-1	
	0	0	0	0	0	3	

$\Rightarrow rg(\underline{A}) = 3$
$rg(\underline{A}; \vec{b}_i) = 4$

System nicht Lösbar da Rang von $\underline{A}$ $\neq$ Rang von $\underline{A}$ erweitert um $\vec{b}_i$

12 06.02.02 A 2

Durch Rangbestimmung Lösbarkeit feststellen, lösen

$$\begin{array}{c|ccc|c|l}
 & x_1 & x_2 & x_3 & b_i & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & \\
\text{I} & 3 & 4 & 1 & 9 & z_2 - 3z_1 \\
 & 2 & 3 & 1 & t^2-4t+6 & z_3 - 2z_1 \\
 & 5 & 6 & t & 15 & z_4 - 5z_1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & \\
\text{II} & 0 & 2 & -2 & 0 & z_2 \cdot \frac{1}{2} \\
 & 0 & 1 & -1 & t^2-4t & \\
 & 0 & 1 & t-5 & 0 & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & \\
\text{III} & 0 & 1 & -1 & 0 & \\
 & 0 & 1 & -1 & t^2-4t & z_3 - z_2 \\
 & 0 & 1 & t-5 & 0 & z_4 - z_2 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & \\
\text{IV} & 0 & 1 & -1 & 0 & \\
 & 0 & 0 & 0 & t^2-4t & \text{tausche Zeile 3 und 4} \\
 & 0 & 0 & t-4 & 0 & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & \\
\text{V} & 0 & 1 & -1 & 0 & \\
 & 0 & 0 & t-4 & 0 & \\
 & 0 & 0 & 0 & t^2-4t & \\
\hline
\end{array}$$

$\Rightarrow rg(\underline{A}) = 3$

$rg(\underline{A}; \vec{b_i}) = 4$

Nur lösbar wenn $rg(\underline{A}) = rg(\underline{A}; \vec{b_i})$

$\Rightarrow$ nur lösbar für $t(t-4)=0$

$t_1 = 0$

$t_2 = 4$

Fall 1 $t = 0$

$$\begin{array}{c|ccc|c|l}
 & x_1 & x_2 & x_3 & \vec{b_i} & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 3 & z_4 - z_2 \\
\text{VI} & 0 & 1 & -1 & 0 & \\
 & 0 & 0 & -4 & 0 & z_3 \cdot \frac{1}{-4} \\
\hline
 & 1 & 0 & 2 & 3 & z_1 - 2z_3 \\
\text{VII} & 0 & 1 & -1 & 0 & z_2 + z_3 \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & \\
\hline
 & 1 & 0 & 0 & 3 & \\
\text{VIII} & 0 & 1 & 0 & 0 & \\
 & 0 & 0 & 1 & 0 & \\
\hline
\end{array}$$

$\Rightarrow$ $x_1 = 3$, $x_2 = 0$, $x_3 = 0$ bzw. $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Fall 2 $t = 4$

x_1	x_2	x_3	b_i	
1	1	1	3	$z_1 - z_2$
0	1	-1	0	
0	0	0	0	
1	0	2	3	
0	1	-1	0	
geb.		frei		

$\Rightarrow$ $x_1 = 3 - 2\lambda$

$x_2 = 0 + \lambda$ bzw. $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$x_3 = \lambda$