Lösungen Mathe 2

20.09.05

1. a) $x=-1\pm\sqrt{2}$

b) $z_{1,2}=\frac{1}{2}\sqrt{3}\pm\frac{1}{2}j \quad z_3=j$

2. a) $k_1=-1 \quad k_2=0 \quad k_3=2$

b) $k=2: \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} \qquad Rg(A)\neq Rg(A,c) \quad \rightarrow \quad \text{keine Lösung}$

$k=0: \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \vec{x}=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}+t\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$k=-1: \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \vec{x}=\begin{pmatrix} -1 \\ -\frac{1}{3} \\ 0 \end{pmatrix}+t\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. b) $A=\frac{3}{8}\pi\,FE$

c) $s=\int_0^{2\pi}\sqrt{r^2+(r')^2}=4LE$

4. $Y=\frac{C}{\sqrt{2x+1}}-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

5. $C_1+C_2e^{-4x}+e^{2x}+3e^{-2x} \qquad C_1=C_2=-1 \quad \rightarrow \quad Yspez=-1-e^{-4x}+e^{2x}+3e^{-2x}$

09.02.05

1. $a=-5 \quad b=c=-1$

2. a) $k_1=1 \quad k_2=4$

b) $k=1: \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \vec{x}=s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}+t\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$k=4: \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \rightarrow \qquad \vec{x}=t\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

3. b) $4\int_0^{\frac{\pi}{2}} x'\cdot y = 40\text{FE} \quad (\text{s. Papula S.166})$

c) $P\left(\frac{3}{2}\sqrt{2};5\right)$

4. $\text{Yallg} = \frac{C}{\sqrt{4-x^2}} - 1 \quad c = 9 \quad \rightarrow \quad \text{Yspez} = \frac{9}{\sqrt{4-x^2}} - 1$

5. $\text{Yallg} = \frac{9}{10}\sin(2x) - \frac{4}{5}\cos(2x) + e^{-2x}(C_1\sin(3x) + C_2\cos(3x)) \quad C_1 = 1 \quad C_2 = 2$

28.09.04

1. Z_1=-1 $Z_{2,3}$= $2\pm 3i$

2. Z_1=1,3912+0,2541i Z_2=-1,3912-0,2541i
Z_3=0,2541-1,3912i Z_4=-0,2541+1,3912i

3. a) $\text{Rg}(A,\vec{b}) = 3 \text{ für } t = -4, s = 28 \quad \text{Rg}(A,\vec{b}) = 4 \text{ für } t \neq -4, s \text{ beliebig}$

b) $\text{lösbar für } t \neq -4 \quad \text{Rg}(A) = \text{Rg}(A,\vec{b}) = 4 = n\,(1\,\text{Lösung})$

$\text{lösbar für } t = -4; s = 28 \quad \text{Rg}(A) = \text{Rg}(A,\vec{b}) = 3 < n\,(\infty\,\text{Lösungen})$

$\text{nicht lösbar für } t = -4; s \neq 28 \quad \text{Rg}(A) \neq \text{Rg}(A,\vec{b})$

c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. b) $A = \frac{8}{3}\ \text{FE}$

5. $Y = C\cdot e^{\cos(x)} + 1$

6. $\text{Yallg} = -2x^2 - x + C_1 + C_2 e^{-4x} \quad C_1 = \frac{1}{2},\ C_2 = \frac{1}{4} \quad \rightarrow \text{Yspez} = \frac{1}{4}e^{-4x} - 2x^2 - x + \frac{1}{2}$

11.02.04

1. Z_1=2+i Z_2=-2-i

2. a) $t = 2: \quad \text{Rg}(A) = 3 \rightarrow \infty\,\text{Lösungen}$

$t \neq 2: \quad \text{Rg}(A) = 4 \rightarrow 1\,\text{Lösung}$

b) $t \neq 2: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad t = 2: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. b) $A=\frac{9}{2}\pi$ FE

c) $\tan(\alpha)=\frac{3}{2}$ → Steigungswinkel $\alpha\approx 56°$, Schnittwinkel $=90°-56°=34°$

4. $Y=\frac{C}{\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{x}$

5. $Yallg=\frac{1}{3}e^x-\frac{1}{2}xe^{2x}+C_1e^{2x}+C_2e^{4x}$

$C_1=-\frac{43}{12}$ $C_2=\frac{31}{12}$ → $Yspez=\frac{1}{3}e^x-\frac{1}{2}xe^{2x}-\frac{43}{12}e^{2x}+\frac{31}{12}e^{4x}$

12.02.03

1. $X_1=1$ $X_{2,3}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

2. a) $b=\frac{3}{2}a$

b) $\vec{x}=\begin{pmatrix}1-a\\ \frac{a}{2}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}+t_1\begin{pmatrix}-2\\ 0\\ 1\\ 0\end{pmatrix}+t_2\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$

3. $A=\frac{11}{8}\pi$ FE

4. $Yallg=-\frac{\cos(2x)+C}{2\cos(x)}$ $C=3$ → $Yspez=-\frac{\cos(2x)+3}{2\cos(x)}$

5. $Yallg=e^x\left(-\frac{1}{2}\sin(x)-\frac{1}{2}\cos(x)+C_2\right)+C_1$

$C_1=0$ $C_2=5$ → $Yspez=e^x\left(-\frac{1}{2}\sin(x)-\frac{1}{2}\cos(x)+5\right)$

23.09.03

1. a) $k=3$: $Rg(A)=Rg(A,c)=2<n\rightarrow\infty$ Lösungen

$k\neq 3$: $Rg(A)=Rg(A,c)=3=n\rightarrow 1$ Lösung

b) $k=3$: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\ -3\\ 0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-10\\ 7\\ 1\end{pmatrix}$ $k\neq 3$: $\vec{x}=\begin{pmatrix}3k+6\\ -2k-4\\ -1\end{pmatrix}$

2. $Z_1= -\frac{7}{4}+\frac{7}{4}i$ $Z_2= \frac{5}{4}+\frac{1}{4}i$ $\sqrt{z_2}=1{,}1236+0{,}1113\,i$ und $-1{,}1236-0{,}1113\,i$

3. a) Ellipse um M(2;3)

b) waagerecht: $P_1(2;b+3)$ $P_2(2;3-b)$ senkrecht: $P_3(a+2;3)$ $P_4(2-a;3)$

c) $A=a\cdot b\cdot\pi$

d) $\frac{(x-2)^2}{a^2}+\frac{(y-3)^2}{b^2}=1$

4. $Y=\frac{\sin(x)\cos(x)+x+C}{2\cos(x)}$

5. $Yallg=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}+C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}$ $Yspez=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}+e^{2x}$

06.02.02

1. $Z_{1,2}= 1\pm\sqrt{3}i$ $Z_{3,4}= \pm\sqrt{2}$

$P(z)=3(z-\sqrt{2})(z+\sqrt{2})(z-(1+\sqrt{3}i))(z-(1-\sqrt{3}i))=3(z^2-2)(z^2-2z+4)$

2. lösbar für $\lambda=4\rightarrow\infty$ Lösungen und für $\lambda=0\rightarrow 1$ Lösung , unlösbar für $\lambda\neq 0$ und $\lambda\neq 4$

$\lambda=4:\quad \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}\qquad \lambda=0:\quad \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\0\\0\end{pmatrix}$

3. b) $\Phi_1=0$ $\Phi_2=\pi$ $\Phi_3=\arcsin\left(\sqrt{\frac{11}{12}}\right)$ $\Phi_4=\arcsin\left(-\sqrt{\frac{11}{12}}\right)$

c) $A=\frac{3}{4}\pi$

4. $Y=\frac{C-\arcsin\left(\frac{1}{2}x\right)}{\sqrt{4-x^2}}$

5. $Yallg=e^x\left(C_1\sin(x)+C_2\cos(x)-\frac{1}{3}\cos(2x)\right)$

$C_1=-\frac{\sqrt{2}}{3}$ $C_2=\frac{\sqrt{2}}{3}$ $\rightarrow$ $Yspez=e^x\left(-\frac{\sqrt{2}}{3}\sin(x)+\frac{\sqrt{2}}{3}\cos(x)-\frac{1}{3}\cos(2x)\right)$

24.09.02

1. $Z_{1,2}= 1\pm\sqrt{3}i$ $Z_{3,4}= -3\pm 2i$ $Z_5=-2$

2. a) det(A)= $k^2(k-3)$ $\rightarrow$ $k=0, k=3$

b) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{k} & \frac{5}{k(k-3)} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{k} & \frac{6}{k(k-3)} \\ 0 & 0 & \frac{1}{k} & -\frac{2}{k(k-3)} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{k(k-3)} \end{pmatrix}$

3. $A=14\pi$ FE

4. $Yallg=e^{-x^2}\left(\frac{1}{2}x^2+C\right)$

$C=e^2-\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad Yspez=e^{-x^2}\left(\frac{1}{2}x^2+e^2-\frac{1}{2}\right)$

5. $Yallg=2\cos(2x)-4\sin(2x)+e^{-x}(C_1+C_2x)$

$C_1=-24 \quad C_2=-16 \quad \rightarrow \quad Yspez=2\cos(2x)-4\sin(2x)-e^{-x}(16x+24)$

13.03.01

1. $Z_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad Z_{3,4}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. a) Rg(A)=3 Rg(A,b)=4

b) Rg(A)≠Rg(A,b)

3. a) $A=\frac{1}{4}\pi+2$

b) α=45°

4. $Yallg=C\cdot\cos^2(x)+1 \qquad C=4 \quad \rightarrow \quad Yspez=4\cos^2(x)+1$

5. $Yallg=C_2e^{3x}-\frac{1}{2}\sin(x)e^{2x}+C_1e^x$

$C_2=\frac{1}{4} \quad c_2=-\frac{1}{4} \quad \rightarrow \quad Yspez=\frac{1}{4}e^{3x}-\frac{1}{2}\sin(x)e^{2x}-\frac{1}{4}e^x$

18.09.01

1. $Z_1=2+2i=\sqrt{8}\left(\cos(\frac{\pi}{4})+i\cdot\sin(\frac{\pi}{4})\right)$

$Z_1=2-2i=\sqrt{8}\left(\cos(-\frac{\pi}{4})+i\cdot\sin(-\frac{\pi}{4})\right)$

2. a) $\vec{x}=\begin{pmatrix} 3a \\ a+4 \\ -4a \\ 2a-7 \end{pmatrix}$

b) $\vec{x}=\begin{pmatrix} 21 \\ 4 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}t$

3. $A=\frac{3}{8}\pi$ FE

4. $Yallg=\frac{C}{x}+\frac{\cos(x)}{x}+\sin(x) \quad C=\frac{\pi}{2}$

5. $Yallg=\left(\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{9}x+C_2\right)e^{2x}+C_1 \quad C_1=\frac{8}{3} \quad C_2=\frac{1}{3}$

19.09.00

1. a) $\det(A)=1\cdot 1\cdot 1\cdot 1=1\neq 0 \rightarrow$ regulär (a hat keinen Einfluss auf den Wert der Determinante)

b) $A^{-1}=\begin{pmatrix} 1 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

03.02.98

2. $\det(M)=-x^3=1 \rightarrow x^3=-1$

$X_1=-1 \quad X_{2,3}=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}j$

4. $Yallg=-\frac{1}{2}\cos(x)+\left(\frac{1}{2}x^2+C_1+C_2x\right)e^{-x} \quad C_1=1 \quad C_2=2$

16.09.97

2. $\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ -16 \\ -68 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{(x-4)^2}{100}+\frac{(y-2)^2}{25}=1 \rightarrow M(4;2)$, $a=10$, $b=5$

16.09.97

4. $Yallg=e^x+(x^3+C_1+C_2x)e^{2x}$

25.09.96

2. $X_{1,2}=1, X_3=-1, X_4=-3, x_5=\sqrt[5]{3}e^{i\frac{1}{5}\pi}, x_6=\sqrt[5]{3}e^{i\frac{3}{5}\pi}, x_7=\sqrt[5]{3}e^{i\pi}, x_8=\sqrt[5]{3}e^{i\frac{7}{5}\pi}, x_9=\sqrt[5]{3}e^{i\frac{9}{5}\pi}$